Op 7 september 2023 was er in de koffiekamer Zilverling 4022 op de UT campus een kleine ceremonie ter gelegenheid van de overdracht van de papieren nalatenschap van professor Duijvestijn aan het archief van de UT.

Ik heb daarbij op basis van steekwoorden een voordracht gehouden, waarvan ik de tekst een aantal dagen later alsnog op papier heb gezet. In de rechterkolom hieronder leest u wat ik (ongeveer) gezegd heb, in de linkerkolom staan cursief her en der aantekeningen. Dat zijn aanvullingen op mijn tekst, soms ter nadere toelichting, soms omdat ik me achteraf realiseer dat ik ze had willen uitspreken, maar dat gewoon ben vergeten.

Gerrit van der Hoeven -- Enschede, 13/09/2023

De eerste aanvulling op de uitgesproken tekst is de titel van de geschreven tekst. Ik heb mijn voordracht de titel "Vooral Doorgaan" gegeven. Dat "Doorgaan" is een gedachte die opkomt bij het doornemen van de vele stapels papier die in zijn nalatenschap getuigen van de strijd om het realiseren van zijn meesterwerk, lees ook de slotalinea's van mijn voordracht. Maar het doorgaan is in mijn ogen sowieso een belangrijk kenmerk van Duijvestijn in veel van zijn activiteiten.

VOORAL DOORGAAN

Omdat het archief van Duijvestijn vrijwel geheel bestaat uit zaken die te maken hebben met de prestatie die hem wereldfaam bezorgde, zal ik het vooral over dat meesterwerk hebben. Er is wel iets meer in het archief, al heb ik de doktersrekeningen die ertussen zaten wel weggegooid. Maar we gaan het hebben over vierkanten.

Het begint bij het volgende probleem: *kun je een vierkant oppervlak met kleinere vierkante tegels betegelen*? Dat is eenvoudig met een voorraad tegels van hetzelfde formaat, je ziet de betegeling gelijk voor je, maar wat nu als je de extra eis stelt dat alle gebruikte tegels verschillend moeten zijn?

Over dat probleem van betegelen met allemaal verschillende tegels verscheen in 1903 een wiskundig artikel. De auteur bewijst daarin dat zulke betegelingen bestaan, maar laat wel een cruciale vraag onbeantwoord: "Hoe dan?"
Het is niet zo gek om het bestaan van iets te bewijzen zonder een concreet voorbeeld aan te reiken. Ik kan bijvoorbeeld heel goed aantonen dat er in deze ruimte twee mensen zijn die jarig zijn in dezelfde maand, gewoon door het aantal mensen en het aantal maanden te tellen. Maar twee mensen hier die in dezelfde maand jarig zijn kan ik niet aanwijzen.

De auteur was Max Dehn, zijn leermeester Hilbert is een zeer gerenommeerd wiskundige die in die tijd veel invloed had op de onderzoeks-agenda in de wiskunde

Het is overigens onduidelijk waar de auteur zijn inspiratie voor het artikel vandaan haalde. Hij was een leerling van *Hilbert* en de rest van zijn wetenschappelijk oeuvre gaat over heel andere dingen.

De eerste betegelde rechthoek werd in 1925 gepubliceerd door Z. Móron. De rechthoek was 33x32

In 1925 verscheen er een artikel met een betegeling. Niet een vierkant maar een rechthoek werd betegeld, met 9 verschillende tegels. Die rechthoek was bijna een vierkant, maar toch net niet.

Het eerste betegelde vierkant werd in 1939 gepubliceerd door R.Sprague

In 1939 verscheen een vierkant met een perfecte betegeling. (We gebruiken het woord *perfect* voor betegelingen met allemaal verschillende tegels). De auteur had 55 verschillende vierkante tegels gebruikt om een groot vierkant te betegelen. Klaar, probleem opgelost, zou je denken.

Maar ongeveer tegelijkertijd werkten 4 studenten in Cambridge aan een ambitieuze benadering van het vierkantenprobleem. Zij zochten naar een systematische aanpak om álle perfecte betegelingen te vinden.
Zij maakten een opmerkelijke stap in de abstracte benadering van het probleem: ze keken naar het patroon van de horizontale naden in de betegeling. Bij een regelmatige betegeling zijn dat lange horizontale lijnen, bij een perfecte betegeling is het patroon verbrokkeld. Bij een perfecte betegeling ligt er altijd precies één tegel tussen twee opeenvolgende naden, want als het er twee waren dan zouden die gelijk moeten zijn. Je kan het patroon van de naden zien als een netwerk, waarbij de naden de knooppunten zijn en de tegels de lijntjes die de knooppunten verbinden.

Het analyseren van het soort netwerken dat patroon is van een betegeling en het bedenken van een methode om die netwerken te genereren is één van de startpunten van een vakgebied dat later graphentheorie is gaan heten. Eén van de vier studenten was William (Bill) Tutte, die nu geldt als één van de grondleggers van dat vakgebied

Zij bedachten vervolgens dat je alle netwerken die een patroon van een betegeling zijn, kan opsommen: eerst alle netwerken voor 5 tegels, dan voor 6, dan voor 7 en zo verder.
Ze zagen bovendien dat je de grootte van de tegels die bij het netwerk hoorden kon uitrekenen door analyse van het netwerk.
En als je de grootte van alle tegels hebt uitgerekend kun je controleren op perfectie: zijn ze allemaal wel verschillend?

De vier studenten uit Cambridge noemden zichzelf 'the Trinity Four', het waren R.L.Brooks, C.A.B.Smith, A.H.Stone en W.T.Tutte.

Tutte was de bedenker van de tegenwoordig gangbare terminologie voor het vierkantenprobleem. Het woord betegeling komt daar niet in voor, het zoeken naar betegelingen van een vierkant wordt 'squaring the square' genoemd. Een perfect betegeld vierkant heet officieel een perfect squared square

Met deze aanpak vonden de vier uit Cambridge een aantal perfecte rechthoeken en vierkanten, en door systematisch genereren van en rekenen aan netwerken konden zij drie dingen vaststellen:
-Met 8 of minder tegels kan geen enkele rechthoek perfect betegeld worden
-Met 9 tegels kunnen twee verschillende rechthoeken betegeld worden, zij vonden naast de rechthoek gepubliceerd in 1925 nog een tweede
-Met 12 of minder tegels is een perfecte betegeling van een vierkant onmogelijk.
Bij netwerken voor 13 tegels hield hun rekenkracht op, de klus werd te omvangrijk.

Met hun artikel verlegden de vier de aandacht naar een nieuwe vraag: niet meer 'Zijn er perfecte betegelingen van een vierkant?' maar nu 'Wat is de minimale perfecte betegeling van een vierkant?'

Eén van de vier was William (Bill) Tutte, over hem komen we later nog te spreken.

T.H. Willcocks was een zeer verdienstelijk wiskundige en puzzelaar, maar hij was niet formeel als wiskundige geschoold. Zijn publicatie in een schaaktijdschrift verscheen in 1950 ook in een gewoon wiskunde vakblad.

Kort na de oorlog publiceerde Willcocks in een schaaktijdschrift een perfecte betegeling van een vierkant met 24 kleinere vierkanten, dat is tot 1978 de minimale betegeling gebleven.

We keren even terug naar het begin van de oorlog en het verschijnen van de publicatie van de vier van Cambridge. Op dat moment was Duijvestijn een 'brugpieper' (dat woord bestond niet, hij was net naar de middelbare school gegaan),hij had geen notie van perfecte betegelingen. Een andere hoofdrolspeler, 12 jaar ouder, kwam wel in beeld. In 1941 werd ene Bouwkamp aangesteld bij Philips Nat. Lab.

Kort na de oorlog ontmoette deze Bouwkamp op een congres Bill Tutte van de vier uit Cambridge en hij leerde hun werk kennen. Dat gebeurde tot zijn grote enthousiasme, want hij was zelf uit pure interesse al een tijdje bezig met dezelfde netwerken als die bij de betegelingen horen. Voor Bouwkamp waren het alleen netwerken voor elektrische stroom, aan de vierkanten had hij nooit gedacht.

Al rekenend vond Bouwkamp nog wel perfet betegelde rechthoeken met 13 tegels

Na die ontmoeting lukte het Bouwkamp nog één stap verder te komen in het rekenen met de hand aan netwerken. Hij kon concluderen dat perfecte betegelingen van een vierkant ook niet met 13 tegels zouden kunnen. De titel 'Passion for Precision' boven zijn In Memoriam staat er niet voor niets.

Het zoekterrein naar de minimale betegeling van een vierkant was nu ingeperkt tot 'tussen 14 en 24 tegels', maar het zoeken lag even stil.

In 1956 kwam Duijvestijn naar de rekenafdeling van het Nat. Lab. Van Philips, na zijn studies Elektrotechniek en Wiskunde, zijn werk op het Mathematisch Centrum en tussendoor ook nog het vervullen van zijn militaire dienstplicht. In 1958 werd Bouwkamp hoogleraar aan de TU in Eindhoven en rond die tijd stuurde Tutte aan Bouwkamp een concept van een artikel over verbeteringen aan de methode om netwerken te genereren. En ergens vond toen ook een historische ontmoeting plaats: Bouwkamp stapte naar Duijvestijn met de vraag of die computer van hem niet iets kon betekenen bij het genereren en doorrekenen van grotere netwerken.

Eén ding is zeker, historisch of niet, die ontmoeting was het begin van een hecht, persoonlijk bondgenootschap dat tot Duijvestijns dood heeft bestaan.

Of het woord historisch voor deze ontmoeting op zijn plaats is, weet ik niet. Maar zonder die ontmoeting zou de hele geschiedenis zich waarschijnlijk anders hebben afgespeeld.

Duijvestijn werd bij zijn programmeerwerk geassisteerd door P.Medema

Met de promotie van Duijvestijn bij Bouwkamp in 1962 was het antwoord op Bouwkamps vraag gegeven. Het lukte de computer, geprogrammeerd door Duijvestijn, om alle netwerken tot en met 19 tegels te genereren en door te rekenen. De minimale perfecte betegeling van een vierkant zat daar nog steeds niet bij, het zoekgebied was wel verkleind tot 'tussen 20 en 24 tegels'.

Het is overigens opmerkelijk hoe weinig materiaal in Duijvestijns archief terug te vinden is dat over zijn promotie gaat. Ik weet uit eigen ervaring dat een promotie leidt tot heel veel papier, en ik heb kunnen vaststellen dat Duijvestijn niet goed was in weggooien. Is er misschien toch rigoureus opgeruimd bij een verhuizing? Is bij het vertrek naar een nieuwe werkplek alles van de oude plek weggehaald en weggegooid?

Duijvestijn zat in die tijd niet stil. Hij werd in 1965 gewoon hoogleraar aan de Technische Hogeschool Twente, na een

Na de voltooiing van het proefschrift was er lange tijd weinig te melden over de zoektocht naar de minimale

korte aanstelling bij Philips Computer Industrie in Apeldoorn. Hij was zeer actief in de informaticawereld, nationaal (Nederlands rekenmachinegenootschap, NGI) en internationaal (IFIP). Hij was een groot ijveraar voor formele informatica-opleidingen (die er ook kwamen in het HBO)

perfecte betegeling van een vierkant.

In deze tijd ontwikkelde Duijvestijn ook een algoritme voor de identificatie van netwerken dat een belangrijke rol speelt in het vereenvoudigen van het generatieproces: het kan dubbel gegenereerde netwerken wegfilteren. Het artikel daarover verscheen pas in 1980

In het archief van Duijvestijn vinden we de eerste sporen van activiteit weer eind 1976. Het kan zijn dat de installatie van een nieuwe krachtiger mainframe computer, de DEC-10, op de THT hem ertoe verleidde weer eens te gaan proberen of hij de minimale perfecte betegeling misschien nu wel kon vinden.

In de vroege ochtend van 22 maart 1978 was het zover. Uit de printer rolde een kettingformulier met alle betegelingen van vierkanten met 21 tegels, en daar zat één perfecte betegeling bij.
Die vondst maakte veel indruk. De universiteit van Göttingen liet het resultaat in steen beitelen, vier schilderijen met Duijvestijns vierkant hangen op de UT, en het vierkant kwam op de omslag van het Journal of Combinatorial Theory.

De eindredacteur van dat Journal was op dat moment de eerder genoemde Bill Tutte. Die had ervoor gezorgd dat het oude perfect betegelde vierkant met 24 tegels van Willcocks op het omslag was gekomen. In het archief van Duijvestijn vinden we het zuinige briefje dat Tutte aan Duijvestijn schreef over aanpassing van het omslag. Hij feliciteert Duijvestijn met het behaalde resultaat en zegt dat ze dan nu Willcocks pareltje maar gaan vervangen door Duijvestijns vierkant.
Bij tweede lezing vond ik de tekst minder zuinig dan bij de eerste, de uitgesproken felicitaties zijn hartelijk. Maar uit de memoires van Tutte blijkt wel dat hij het zijn leven lang jammer is blijven vinden dat de minimale perfecte betegeling met behulp van de computer is gevonden, en niet met een grafentheoretisch argument.

Duijverstijn zelf moet euforisch geweest zijn bij zijn resultaat. Maar in het archief is daar weinig van terug te vinden.

Ik zat op een gegeven met de zoveelste stapel kettingformulieren die ik uit een doos had gevist en begon er weer een door te bladeren. Niets wat deze aan de buitenkant onderscheidde van de vele voorafgaande en de vele die nog zouden volgen. Ik zag regels Bouwkampcode (dat is een numerieke voorstelling van een betegeld vierkant), twee, drie regels per blad. Ik telde hoeveel getallen er per regel in de code stonden: dat bleken er 21 te zijn. Ik sloeg terug naar het voorblad van het formulier, daar stond 22 maart 1978, 7 uur in de ochtend. Ik dacht ineens dat ik hier wel eens het originele kettingformulier met de openbaring van Duijvestijns vierkant in handen zou kunnen hebben. Ik bladerde en bladerde, en ja hoor, het 50ste vierkant van de 62 bleek perfect. Vooral herkenbaar omdat er bij alle getallen van de Bouwkampcode kleine balpenstreepjes staan: er is nog even gecheckt of de computer zich echt niet had vergist.

Tot in 1980 verschijnen er nog wel publicaties door Duijvestijn, één daarvan, samen met P.J. Federico, bevat het bewijs dat ook de betegeling van Willcocks met 24 tegels minimaal is als je een onderscheid maakt tussen simpele en samengestelde betegelingen. Duijvestijns vierkant is simpel en minimaal, Willcocks' vierkant toont de minimale samengestelde betegeling

Na de vondst van zijn vierkant valt er een stilte in Duijvestijns 'vierkant-activiteiten'. We weten waarom: zijn aandacht ging naar het verwerven van een zelfstandige informatica-opleiding aan de universiteit, naar het opzetten en invullen van die opleiding toen die eenmaal verworven was, en naar het organiseren en besturen van een snel groeiende zelfstandige faculteit informatica waarin die opleiding was ondergebracht.

Na zijn emeritaat pakte Duijvestijn de draad weer op. Nu rekende hij niet meer op de centrale mainframe van de universiteit maar op de eigen machines van zijn faculteit, met de ondersteuning van het laboratoriumpersoneel van die faculteit. Maar zijn activiteiten vielen er voor de faculteit een beetje buiten, ze pasten niet bij de onderzoeksplannen en ambities van de vroege 90-er jaren. De publicaties die eruit voortvloeiden verschenen dan ook op naam van Bouwkamp en Duijvestijn aan de TU in Eindhoven, niet in Twente. Maar ze zitten nu in het archief, ze zijn weer terug op hun geboortegrond.

De publicaties van na Duijvestijns emeritaat zijn met name dikke 'catalogi' van alle perfect betegelde vierkanten tot en met de betegelingen met 26 tegels

Ik sluit af met nog een aantal opmerkingen over het archief.

Allereerst blijkt er nog een tweede kettingformulier met betegelingen met 21 tegels in te zitten, van 20 maart 1978, twee dagen voor de vondst van het minimale perfecte vierkant. Maar die listing van 20 maart stopt, zonder dat het minimale perfecte vierkant is afgedrukt. Wat er

gebeurd is, is onduidelijk, maar het minimale perfecte vierkant was al eerder op een haar na gevonden.

Er zit ook een aardige hoeveelheid knip en plakwerk in het archief. In publicaties over vierkanten, moesten de plaatjes met lijm en plakband worden toegevoegd. Er is op secretariaten flink gefröbeld.

Jasper Dale Skinner (voluit Jasper Dale Skinner III) heeft een boek geschreven over het vierkantenprobleem waarvoor hij veel hoofdrolspelers heeft opgezocht en geïnterviewd. Het boek is in eigen beheer uitgegeven, een exemplaar met persoonlijke opdracht zit in het archief

In het archief zit ook een enorme hoeveelheid brieven geschreven door ene Jasper Dale Skinner. Als een ware bewonderaar heeft hij ook zelf voorstellingen van Duijvestijns vierkant geproduceerd. Gehaakt, gebreid, patchwork, hoe dan ook niet erg duurzaam. Die kunstwerken zijn vergaan, maar het archief heeft gelukkig de foto's nog

En ten slotte roept het archief een beeld op van veel zwoegen. Je gaat Duijvestijn bijna zien als een chef in een gerobotiseerde keuken met veel te kleine pannetjes waar honderden maaltijden moeten worden bereid. Eerst worden 10 borden gevuld met aardappels, die gaan naar de warmhoudkamer, dan de volgende 10, en zo verder. Dan worden er weer borden opgehaald om jus bij de aardappelen te doen, en weer terug naar de warmhoudkamer, nog steeds in groepjes van 10 borden, en zo verder met groenten en vlees.
De vergelijking gaat mank, de mensen die op hun bord zaten te wachten zouden van honger zijn gestorven. Maar zie de borden als bestanden, de warmhoudkamer als de magneettape voor opslag, het pannetje als de interne reken en geheugencapaciteit van de computer. Die blijken met een volhardende chef heel lang door te kunnen gaan.
De verhouding tussen de hoeveelheid papier dat bewaard is gebleven als het gaat om programmeren en de hoeveelheid papier die gaat over het beheer van bestanden en het inlezen en wegschrijven is scheef.
Zoals ik al zei: zwoegen.

Of beter: vooral doorgaan

Maar het was niet voor niets, en daar wil ik het bij laten.